BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2018 (ĐỀ SỐ 01)

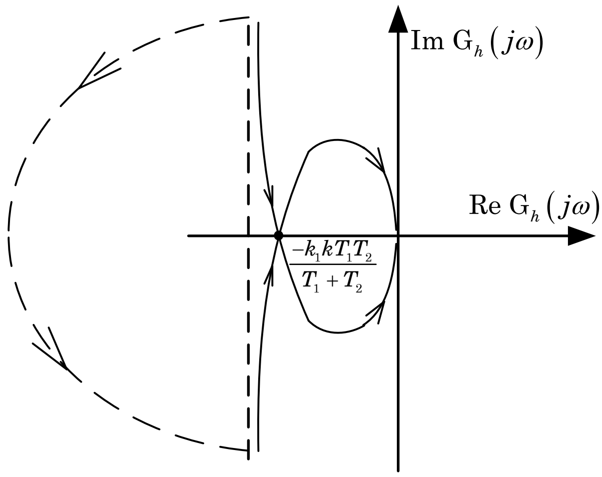
MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ)**:

a) (2 điểm)

i. **(1.5 đ)** Sử dụng tiêu chuẩn Nyquist để xác định k_1 giúp hệ ổn định:

i. **(1đ)** Xác định đồ thị Nyquist có dạng như sau:



ii. **(0.5đ)** Sử dụng Nyquist kết luận $0 < k_1 < 2$

ii. (0.5 đ)

Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=\lim_{s\to 0} s\left(U(s)-Y(s)\right)=\lim_{s\to 0} sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t)=1(t)$ và $\lim_{s\to 0}G(s)=+\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2=1$;

b) (3 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s)=\dfrac{k}{s(1+T_2s)}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a=4$): Bộ điều khiển PI có tham số $T_I=4T_2,\ k_p=\dfrac{1}{2kT_2}$ với $k=0.5,\ T_2=2$ dẫn đến

$T_I=8,\ k_p=0.5$ và khâu Tiền xử lý là $M(s)=\dfrac{1}{1+4T_2s}=\dfrac{1}{1+8s}$

ii. **(2 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $M(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 1:

$$S(s)=\frac{k}{s(1+T_1s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s)=\frac{k_p k(1+T_I s)}{T_I s^2(1+T_2 s)}$$

và có đồ thị Bode như ở hình dưới.

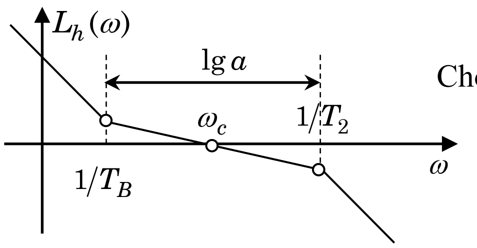
Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$$\omega_c=\frac{1}{\sqrt{T_I T_2}}.$$

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_I=8,\ T_2=2$ được $\omega_c=\frac{1}{4}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi=-\pi-\varphi_c=-\pi-\mathrm{arc}G_h(j\omega_c)=\arctan(\omega_c T_2)-\arctan(\omega_c T_I)$$

$$\Delta\varphi=\arctan\left(\frac{1}{2}\right)-\arctan(2)$$



Chọn $a=4$

Bài 2

a) **(1 điểm)** Ký hiệu

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&1\\0&1&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \underline{c}=\begin{pmatrix}a\\0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\begin{cases}\dfrac{d\underline{x}}{dt}=A\underline{x}+B\underline{u}\\ y=\underline{c}^T\underline{x}\end{cases}$$

i. (0.5đ)

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:

$\det(sI-A)=(s-1)(s^2-3s+1)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 1 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Do $\mathrm{Rank}(B,AB,A^2B)=3\Rightarrow$ Hệ **điều khiển được**

b) (1 đ)

i. **(0.5 đ)** Lại có $N=\begin{pmatrix}\underline{c}^T\\ \underline{c}^T A\\ \underline{c}^T A^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&0&1\\a&1&a+1\\a&a+3&2a+2\end{pmatrix}$

ii. **(0.5 đ)** $\det(N)=-a(a^2+a-1)$

Để hệ quan sát được thì $\det(N)\neq 0\Leftrightarrow a\neq 0;\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

c) (2 điểm)

i. **(1đ)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}$ cần xác định để $\left(A - \underline{b}\underline{r}^T\right)$ nhận các giá trị riêng nằm trong $(-3,0)$ và lựa chọn tất cả các giá trị riêng (ví dụ là -1) thu được (theo Ackermann)

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1} \Phi_R(A) = \left[-4, -24, 11\right]$$

ii. **(1đ)** Thiết kế khâu Quan sát

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T \underline{\hat{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là (ví dụ là $-3{,}00001$ để nhanh hơn e^{-3t}. Theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A) N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \left[28, 77, -15\right]^T$$

d) **(0.5 đ)** Vẽ. Hệ kín không điều khiển được do luôn có $\underline{\hat{x}}$ hội tụ về $\underline{x}$

e) **(0.5 đ)** Chọn bộ điều khiển phản hồi trạng thái $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = \begin{bmatrix} -4 & -24 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 2 NĂM 2018 (ĐỀ SỐ 02)

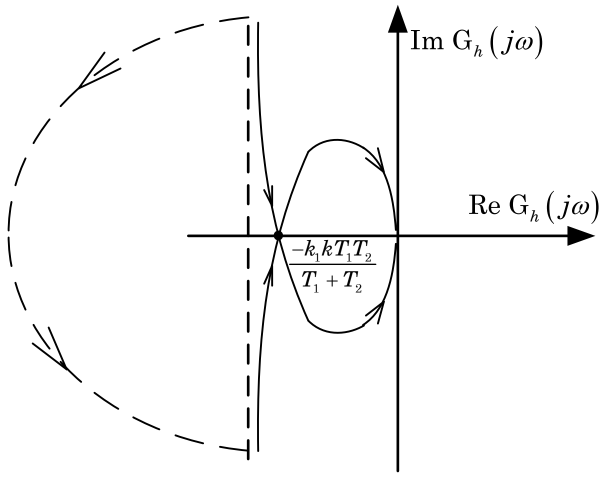
MÔN THI: LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Bài 1 **(5đ)**:

a) (2 điểm)

i. **(1.5 đ)** Sử dụng tiêu chuẩn Nyquist để xác định k_1 giúp hệ ổn định:

i. **(1đ)** Xác định đồ thị Nyquist có dạng như sau:



ii. **(0.5đ)** Sử dụng Nyquist kết luận $0 < k_1 < 0.2$

ii. (0.5 đ)

Do hệ ổn định nên tồn tại giới hạn

$$\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=\lim_{s\to 0}s\left(U(s)-Y(s)\right)=\lim_{s\to 0}sU(s)\left(1-\frac{k_2k_1G(s)}{1+k_1G(s)}\right);$$

Lại có $u(t)=1(t)$ và $\lim_{s\to 0}G(s)=+\infty$ nên $\lim_{t\to\infty}\left(u(t)-y(t)\right)=1-k_2$

Từ đó dẫn đến để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $k_2=1$;

b) (3 điểm)

i. **(1 điểm)** Đối tượng có hàm truyền $G(s)=\dfrac{k}{s(1+T_2s)}$

Áp dụng các công thức của phương pháp tối ưu đối xứng (ứng với $a=4$): Bộ điều khiển PI có tham số $T_I=4T_2,\ k_p=\dfrac{1}{2kT_2}$ với $k=0.5,\ T_2=2$ dẫn đến

$T_I=8,\ k_p=0.5$ và khâu Tiền xử lý là $M(s)=\dfrac{1}{1+4T_2s}=\dfrac{1}{1+8s}$

ii. **(2 điểm)** Độ dự trữ ổn định của hệ kín không phụ thuộc $M(s)$. Khi đối tượng là tích phân quán tính bậc 1:

$$S(s)=\frac{k}{s(1+T_1s)}$$

thì mục đích của phương pháp tối ưu đối xứng luôn là tạo ra hệ hở có hàm truyền:

$$G_h(s) = \frac{k_p k(1+T_I s)}{T_I s^2(1+T_2 s)}$$

và có đồ thị Bode như ở hình dưới.

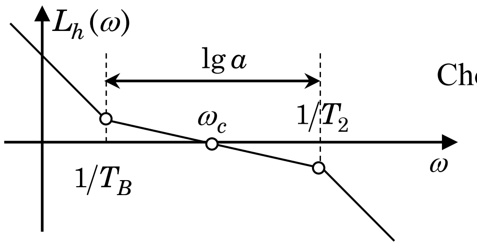
Suy ra, tại giao điểm của đồ thị Nyquist $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị có:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{T_I T_2}}.$$

Áp dụng vào bài toán cụ thể đã cho với $T_I = 8,\ T_2 = 2$ được $\omega_c = \frac{1}{4}$. Vậy độ dự trữ ổn định $\Delta\varphi$ của hệ là:

$$\Delta\varphi = -\pi - \varphi_c = -\pi - \mathrm{arc}G_h(j\omega_c) = \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_I)$$

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) - \arctan(2)$$



Chọn $a = 4$

Bài 2

a) **(1 điểm)** Ký hiệu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}$$

i. **(0.5đ)**

Đa thức đặc tính của ma trận A sẽ là:

$\det(sI - A) = (s-2)(s^2 - 3s - 2)$ có ít nhất 1 nghiệm nằm bên phải trục ảo là 2 nên hệ không ổn định;

ii. **(0.5đ)** Do $\mathrm{Rank}(B, AB, A^2B) = 3 \Rightarrow$ Hệ **điều khiển được**

b) (1 đ)

i. **(0.5 đ)** Lại có $N = \begin{pmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T A \\ \underline{c}^T A^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & a & 1+2a \\ 4 & 2+5a & 4+6a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(N) = -8a^2 - 9a - 2$

ii. **(0.5 đ)** Để hệ quan sát được thì $\det(N) \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{16}$

c) (2 điểm)

i. **(1đ)** Bộ điều khiển phản hồi trạng thái là $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = (r_1 \quad r_2 \quad r_3)$ cần xác định để $\left(A - \underline{b}\underline{r}^T\right)$ nhận các giá trị riêng nằm trong $(-3, 0)$ và lựa chọn tất cả các giá trị riêng (ví dụ là -1) thu được (theo Ackermann)

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M^{-1} \Phi_R(A) = \begin{bmatrix} -9, -16, 17 \end{bmatrix}$$

ii. **(1đ)** Thiết kế khâu Quan sát

i. **(0.5đ)** Khâu quan sát có nhiệm vụ tìm $\underline{\hat{x}}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{d\underline{\hat{x}}}{dt} = A\underline{\hat{x}} + \underline{b}u + L\left(y - \underline{c}^T \underline{\hat{x}}\right)$.

ii. **(0.5 điểm)** Xác định L để $\left(A - L\underline{c}^T\right)$ nhận các giá trị riêng là (ví dụ là $-3,0001$ để nhanh hơn e^{-3t}. Theo công thức Ackermann:

$$L = \Phi_L(A) N^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.1579; & 25.1579; & 30.0526 \end{bmatrix}^T$$

d. **(0.5 đ)** Vẽ. Hệ kín không điều khiển được do luôn có $\underline{\hat{x}}$ hội tụ về $\underline{x}$

e. (**0.5đ**) Chọn bộ điều khiển phản hồi trạng thái $\underline{u} = \underline{\omega} - R\underline{x}$ với $R = \begin{bmatrix} -9 & -16 & 17 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$