TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

VIỆN ĐIỆN

Họ tên HV: Đặng Văn Trọng .... MSSV: 20164220

Học phần: Lý thuyết điều khiển I .... Mã HP: ....

Bài thi [ ] giữa kỳ [✓] cuối kỳ .... 20172 .... Năm học: 2017-2018 .. Ngày thi: 16/06/2018

Điểm của bài thi	Chữ ký của (các) cán bộ chấm thi	Chữ ký của cán bộ coi thi
9 4+5		

Tờ 1/3.

Đề 02.

Câu 1. $G(s) = \dfrac{k}{s(1+T_2 s)^2}$ $\quad k=10;\ T_2 = 1.$

Xét hàm truyền hệ hở:

a) $G_h(s) = \dfrac{k_1 k}{s(1+T_2 s)^2}$

$$G_h(j\omega) = \frac{k_1 k}{j\omega(1+T_2 j\omega)^2} = \frac{k_1 k}{j\omega(1+2T_2 j\omega - (T_2\omega)^2)}$$

$$= \frac{k_1 k}{\omega[(1-(T_2\omega)^2)j - 2T_2\omega]} = \frac{k.k_1}{\omega}\frac{(-2T_2\omega - (1-(T_2\omega)^2)j)}{[4T_2^2\omega^2 + (1-(T_2\omega)^2)^2]}.$$

$$= \frac{-kk_1.2T_2}{4T_2^2\omega^2 + (1-(T_2\omega)^2)^2} - \frac{k k_1[1-(T_2\omega)^2]}{\omega(4T_2^2\omega^2 + (1-(T_2\omega)^2)^2}$$

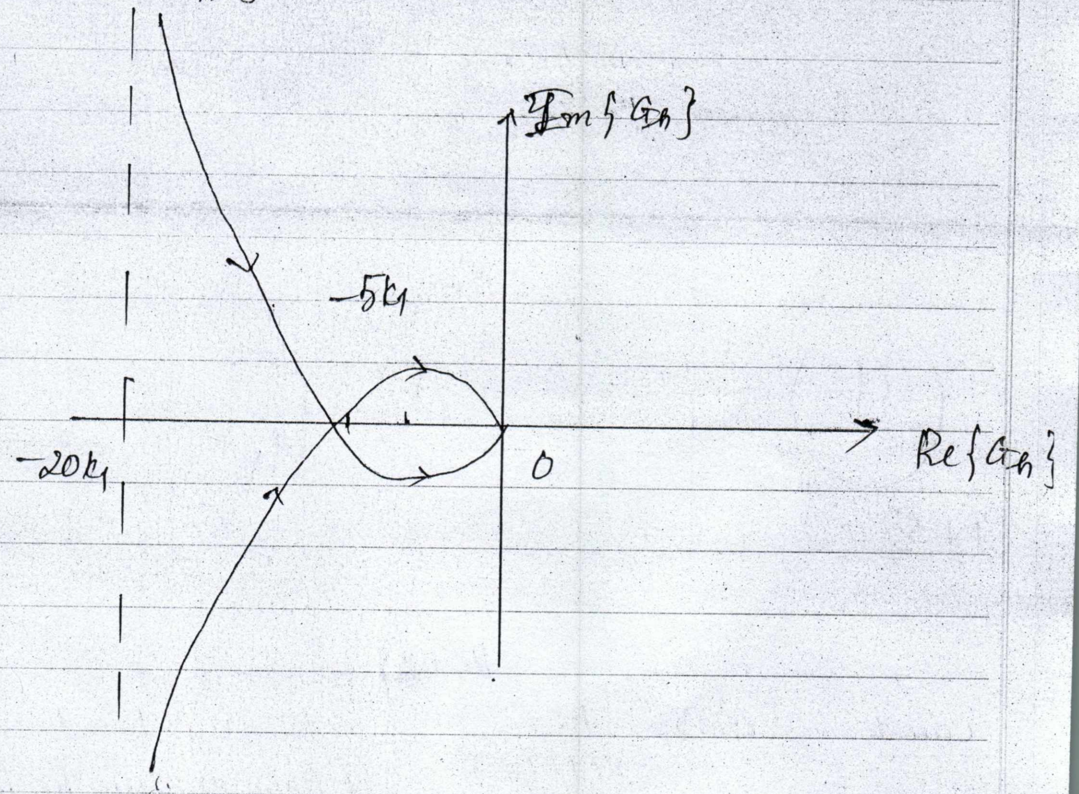
Khi $\omega = 0 \Rightarrow Re\{G_h\} = -2kk_1T_2.$ $\quad Im\{G_h\} = -\infty.$

$\omega = \infty \Rightarrow Re\{G_h\} = Im\{G_h\} = 0.$

$Im\{G_h\} = 0 \Leftrightarrow 1-(T_2\omega)^2 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = \dfrac{1}{T_2^2}.$

$$\Rightarrow Re\{G_h\} = \frac{-2kk_1T_2}{4} = \frac{-kk_1T_2}{2}$$

Đồ thị Nyquist của $G_h(j\omega)$ là



Không có điểm cực nằm bên phải trục ảo $\Rightarrow n^+ + n^0 = 0$.
Không có điểm cực nằm trên trục ảo

Theo tiêu chuẩn Nyquist để hệ ổn định thì đồ thị không bao quanh điểm $-1+0j$.

1,5 Vì vậy $\begin{cases} -5k_1 > -1 \\ k_1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < k_1 < 0{,}2$

* Do hệ ổn định nên ta có

$$\lim_{t\to\infty}(x(t)-y(t)) = \lim_{s\to 0} s(X(s)-Y(s))$$

Sau khi tối giản sơ đồ khối ta thu được sơ đồ mới

$$x(t) \longrightarrow \boxed{G'(s)} \longrightarrow y(t)$$

trong đó $G'(s) = \dfrac{k_1k_2G(s)}{1+k_1G(s)} = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$

mà $x(t) = a1(t)$ với $a = const$.

và $\lim\limits_{s\to 0} G(s) = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{k}{s(1+T_2s)^2} = +\infty$

$\lim (x(t) - y(t)) = \lim$ [illegible] $k_1k_2G(s)$ [illegible]

0,5 $= a(1-k_2)$

Để sai lệch tĩnh bằng 0 thì $a(1-k_2)=0 \Leftrightarrow k_2 = 1$.

b> $x(t) = a1(t)$

$G(s) = \frac{k}{s(1+T_2 s)}$ $k = 0,5$, $T_2 = 2$.

(+) Do $R_2(s)$ là khâu quán tính bậc nhất nên để hệ ổn định ta cần thiết kế $R_1(s)$ là bộ điều khiển PID sao cho thoả mãn yêu cầu đề bài.

Đối tượng của hệ thống có hàm truyền là:

$G(s) = \frac{k}{s(1+T_2 s)^2}$ $T_1 = T_\Sigma = T_2 = 2$.

Theo phương pháp tối ưu đối xứng ($a=4$).

Chọn $T_A = T_1 = 2$. $\Rightarrow T_I = T_A + T_B = 10$

$T_B = aT_\Sigma = 8$

$T_D = \frac{T_A \cdot T_B}{T_I} = \frac{2.8}{10} = 1,6$.

$\breve{k}_p = \frac{T}{kT_\Sigma\sqrt{a}} = \frac{1}{0,5.2.2} = \frac{1}{2}$.

$\rightarrow k_p = \frac{T_I \cdot \breve{k}_p}{T_B} = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{8} = \frac{5}{8}$.

Vậy bộ điều khiển PID cần tìm để hệ ổn định là:

$R_1(s) = \frac{k_p(1+T_A s)(1+T_B s)}{T_I s}$.

$= \frac{5}{8} \cdot \frac{(1+2s)(1+8s)}{10s}$

(+) Độ dự trữ ổn định không phụ thuộc vào $R_2(s)$

Đối tượng điều khiển của ta là khâu tích phân quán tính bậc 2

$G(s) = \frac{k}{s(1+T_2 s)^2} = \frac{k}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ $T_1 = T_2 = 2$

Khi đó hàm truyền hệ hở có dạng

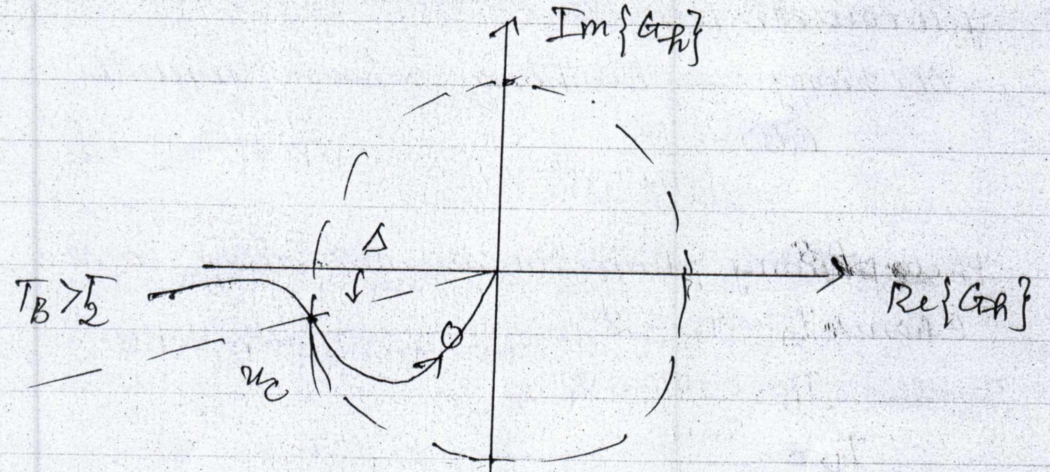
$$G_h(s) = R(s).G(s) = \frac{k_p(1+T_A s)(1+T_B s)}{T_I s} \cdot \frac{k}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

$$= \frac{k_p.k(1+T_B s)}{T_I s^2 (1+T_2 s)} \qquad (T_A = T_1).$$

$$T_I = T_A + T_B$$

$$T_D = \frac{T_A.T_B}{T_I} \qquad T_B = 4T_2 > T_2.$$

Dạng đồ thị Nyquist của hàm truyền hệ hở là



Nó cắt đường tròn đơn vị khi và chỉ khi

$$|G_h(j\omega_c)| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{-k_p.k}{T_I \omega_c^2} \frac{(1+\omega_c^2 T_B T_2 - j\omega_c(T_B - T_2))}{1+(T_2\omega_c)^2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \omega_c = \frac{1}{\sqrt{T_2.T_B}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{4}.$$

Hệ có độ dự trữ ổn định là

$$\Delta = \pi - \angle G_h(j\omega_c) = \pi - \left| \arctan \frac{Im G_h}{Re G_h} \right|$$

$$= \pi - \left| \arctan \frac{-\omega_c(T_B - T_2)}{1+\omega_c^2 T_B T_2} \right| = \pi - \left| \arctan \frac{3}{4} \right|$$

$$= 143{,}13^\circ \approx 0{,}8\pi.(rad)$$

2 -

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

VIỆN ĐIỆN

Họ tên SV: Đặng Văn Trọng ..... MSSV: .....

Học phần: ..... Mã HP: .....

Bài thi [ ] giữa kỳ [ ] cuối kỳ ..... Năm học: ..... Ngày thi: .....

Điểm của bài thi	Chữ ký của (các) cán bộ chấm thi	Chữ ký của cán bộ coi thi

Tờ 2/3.

Câu 2.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$D = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ y = C^T\underline{x} \end{cases}$$

a) Đa thức đặc tính của ma trận A là:

$$\det(sI - A) = \begin{vmatrix} s-2 & 0 & -1 \\ 0 & s-1 & -2 \\ 0 & -2 & s-2 \end{vmatrix} = (s-2)[(s-1)(s-2)-4]$$

$$= (s-2)(s^2 - 3s - 2)$$

ht Do luôn ∃ ít nhất một nghiệm nằm bên phải trục ảo là 2 nên hệ không ổn định.

Xét Rank$(B, AB ; A^2B)$

trong đó $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$A^2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$

Do $\det N = 6 \neq 0$ nên hạng của ma trận là 3.

$\Rightarrow Rank[B, AB, A^2B] = 3$

$\Rightarrow$ Hệ điều khiển được

b) (+) Xét $M = \begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \\ c^TA^2 \end{bmatrix}$ trong đó

$$c^TA = [1 \quad a \quad 0]\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \cancel{[2 \quad a+2 \quad 2a+1]}. \quad [2 \quad a \quad 2a+1].$$

$$c^TA^2 = [1 \quad a \quad 0]\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} = [4 \quad 5a+2 \quad 6a+4].$$

$$\Rightarrow M = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & a & 2a+1 \\ 4 & 5a+2 & 6a+4 \end{bmatrix}$$

$\det M = a(6a+4) + 4a(2a+1) - 2a(6a+4) - (5a+2)(2a+1)$

$= -8a^2 - 9a - 2$

Để hệ quan sát được thì $\det M \neq 0$

$\Leftrightarrow -8a^2 - 9a - 2 \neq 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \neq \dfrac{-9+\sqrt{17}}{16} \\ a \neq \dfrac{-9-\sqrt{17}}{16} \end{array}\right.$

Vậy với $a \neq \dfrac{-9 \pm \sqrt{17}}{16}$ thì $Rank\begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \\ c^TA^2 \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow$ Hệ sẽ quan sát được

c) (+) Với $a = 1 \Rightarrow c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Bộ điều khiển phản hồi trạng thái với $k = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$ cần xác định để $(A - Bk)$ nhận -1 làm giá trị riêng.

Với $s = -1$ là giá trị riêng sẽ thoả mãn yêu cầu với đề bài

Theo câu a hệ của chúng ta điều khiển được.
Mà đây là hệ tuyến tính nên nó điều khiển được hoàn toàn
Theo Ackermann ta có

$$K = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}^{-1} \phi(A)$$

$$\phi = (s+1)^3 \rightarrow \phi(A) = (A+I)^3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}^3$$

$$= \begin{bmatrix} 27 & 16 & 81 \\ 0 & 36 & 46 \\ 0 & 46 & 59 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow K = \cancel{[0 \quad 0 \quad 1]} \qquad [-9 \quad 16 \quad 17].$$

1

(*) Khâu quan sát có nhiệm vụ tính $\tilde{x}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{d\tilde{x}}{dt} = A\tilde{x} + Bu + K_e(y - \tilde{y})$

Với $a = 1$ theo ý b hệ là quan sát được, đồng thời quan sát được hoàn toàn.

~~Theo~~ Xác định K_e để $(A - K_e C^T)$ nhận giá trị riêng là -4 thoả mãn yêu cầu đề bài

$$K_e = \phi(A) \begin{bmatrix} C^T \\ C^T A \\ C^T A^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

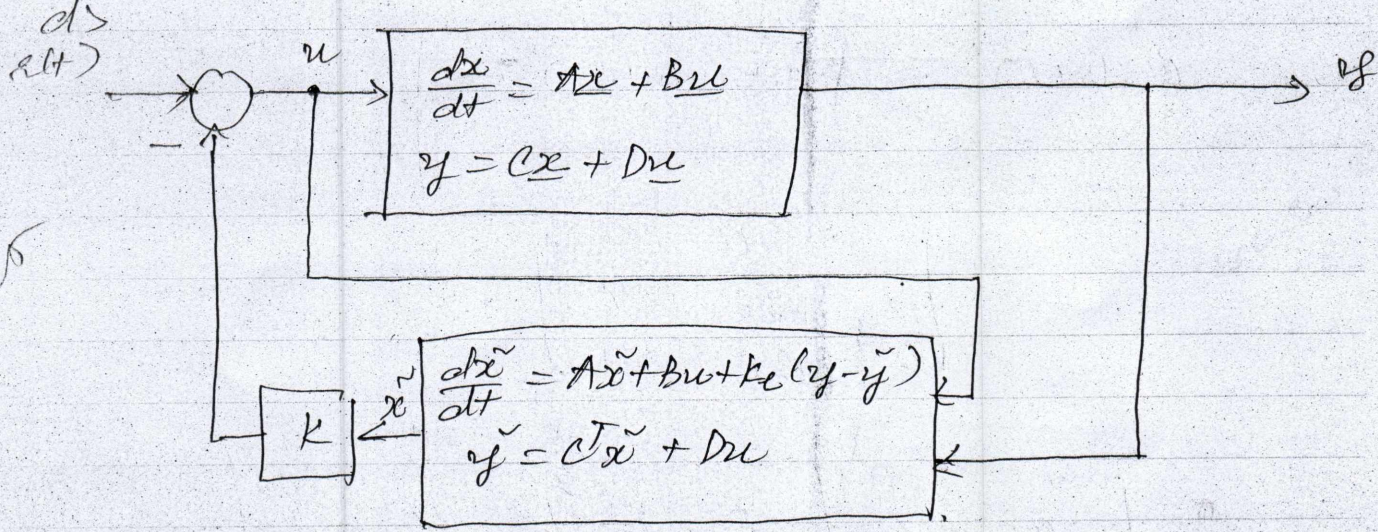
$$\phi = (s+4)^3 = 0 \rightarrow \phi(A) = (A+4I)^3$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \\ \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 216 & 34 & 112 \\ 0 & 199 & 190 \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \\ c^TA^2\end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix}1&1&0\\2&1&3\\4&7&10\end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{11}{19} & \frac{10}{19} & \frac{-3}{19} \\ \frac{8}{19} & \frac{-10}{19} & \frac{3}{19} \\ \frac{-10}{19} & \frac{3}{19} & \frac{1}{19}\end{bmatrix}.$$

1 $\Rightarrow K_e = [-22{,}84 \quad 39{,}84 \quad 44{,}95]^T$.

0,5



Hệ kín không điều khiển được do luôn có $\tilde{x}$ hội tụ về x.

e) $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = [b_1;\ b_2]$.

Ta có Rank$(b_1, Ab_1, A^2b_1) = 3$ (Theo ý a)
nên hệ sẽ điều khiển được
Theo câu c đã tìm được K ~~thảo~~ thoả mãn yêu ~~đ~~ cầu đề bài với các giá trị riêng của nó là -1.
Giờ này ta phải chọn K^* sao cho ~~vẫn thoả mãn~~ mà ~~không ảnh hưởng đến~~ $(A - BK^*)$ vẫn nhận -1 là giá trị riêng

0,5 $K^* = \begin{bmatrix} -9 & 16 & 17 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

VIỆN ĐIỆN

Họ tên SV: Đặng Văn Trọng .... MSSV: ....

Học phần: .... Mã HP: ....

Bài thi [ ] giữa kỳ [ ] cuối kỳ .... Năm học: .... Ngày thi: ....

Điểm của bài thi	Chữ ký của (các) cán bộ chấm thi	Chữ ký của cán bộ coi thi

Tờ 3.../8..

Nghiệm lại đáp số

Xét $\det(sI - A + BK^*)$

$$= \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 & 16 & 17 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -9 & 16 & 17 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9 & 16 & 17 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s-11 & 16 & 16 \\ 0 & s-1 & -2 \\ -9 & 14 & s+15 \end{bmatrix}.$$

$\Rightarrow$ Vẫn nhận $s=-1$ làm giá trị riêng $\rightarrow$ Thoả mãn